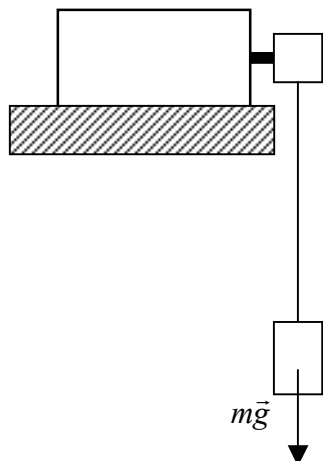


INTEGRIRANJE ELEKTROMOTOROM

Vedran Đerek, 20.3.2002.



Elektromotor je uređaj koji pretvara električnu u mehaničku energiju, a namjena mu je obavljanje korisnog rada. Za ovo razmatranje možemo pretpostaviti da je učinkovitost pretvorbe energije potpuna, tj. 100%. Dakle, na kontakte motora dovodimo struju i kao direktnu posljedicu toga opažamo okretanje osovine motora. Na tu osovinu možemo postaviti koloturu zanemarive mase i dimenzija, na koju je pričvršćena nit (također zanemarive mase). Na kraj niti pričvrstimo uteg koji slobodno visi u polju Zemljine sile teže, pa na uteg djeluje konstantna sila iznosa mg usmjerena prema podu. Ako motor priključimo na izvor struje, osovina će se okretati i nit će se namotavati na koloturu, što će uzrokovati podizanje utega iz nultog položaja (nikako njegovo spuštanje!). Kako se mijenja iznos i smjer toka struje, uteg će se podizati i spuštati, pri čemu je ograničen duljinom niti. No, nakon što se struja isključi, uteg će se naći na nekoj visini, općenito različitoj od početne. Ako zabilježimo tu razliku visina, možemo izračunati izvršeni rad elektromotora

kao razliku potencijalnih energija utega u početnoj i krajnjoj točki, i taj rad iznosi $W = mg\Delta h$.

Naš cilj je integriranje elektromotorom. Dakle, imamo nekakvu zadanu funkciju i moramo naći njen Riemannov integral. Ideja je modulirati napon struje dovedene na kontakte motora nekom funkcijom, i promatrati obavljeni rad elektromotora kao vrijednost Riemannova integrala te funkcije. To nam omogućuju fundamentalni zakoni fizike izraženi jezikom matematike. Naime, rad obavljen na nekoj putanji $a \rightarrow b$ je

definiran kao linijski integral sile: $W = \int_a^b F(r)dr$. Izvršeni rad ne ovisi o obliku putanje jer promatramo

gravitacijsku silu, koja je konzervativna. Primjenom rad-energija teorema i zakona očuvanja energije, u našem slučaju obavljeni rad iznosi promjeni potencijalne energije $mg\Delta h$. No, taj rad obavlja elektromotor, koji je električni uređaj, što znači da je sila koja podiže i spušta uteg posljedica utrošene energije u motoru. Ako promatramo rad koji se izvrši u motoru, dobijemo:

$P = \frac{dW}{dt} = \frac{u^2(t)}{R}$; $dW = \frac{u^2(t)}{R} dt$. Integriranjem ove jednadžbe dobivamo da je izvršeni rad u motoru

jednak $W = \int_{t_1}^{t_2} \frac{u^2(t)}{R} dt$, a taj rad je zbog zakona očuvanja energije jednak radu izvršenom premještanjem

utega, tj. $mg\Delta h$. Izjednačavanjem tih dviju jednadžbi dobivamo izraz: $\frac{1}{R} \int_{t_1}^{t_2} u^2(t) dt = mg\Delta h$, tj.

$$\int_{t_1}^{t_2} u^2(t) dt = Rmg\Delta h$$

U ovim izrazima W predstavlja rad, P snagu, u napon, R električni otpor elektromotora, g iznos konstantne akceleracije sile teže ($\approx 9.81 \text{ ms}^{-2}$) i t vrijeme. Dakle, dobili smo izraz sa vrijednost integrala funkcije u^2 kao umnoška triju konstanti i jedne izmjerene vrijednosti. Da bismo izračunali Riemannov integral neke proizvoljne R-integrabilne funkcije $y=f(x)$ moramo napon doveden na kontakte motora modulirati kao $u^2 = f(x)$, tj. mora

vrijediti $u = k\sqrt{f(x)}$, gdje je k neka prikladna konstanta proporcionalnosti ovisna o svojstvima samog elektromotora, koju sami određujemo. X os tj. domenu funkcije možemo shvatiti kao vrijeme koje teče homogeno od t_1 do t_2 (možemo uvesti supstituciju $x=t$). Izvodeći ove transformacije, dobivamo:

$\int_{x_1}^{x_2} (k\sqrt{f(x)})^2 dx = Rmg\Delta h$. Konačni izraz za "elektromotorni integral" ovim postupkom glasi:

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \frac{Rm\Delta h}{k^2}$$